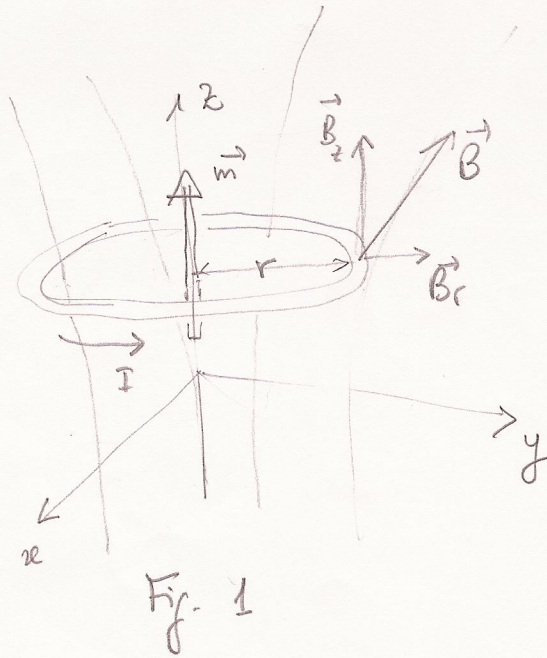


Força num dipolo em campo externo

Considere a situação mostrada na

fig. abaixo



Um pequeno anel circular colocado num campo magnético externo $\vec{B}$ (simétrico em relação à z).

Não estamos incluindo o campo magnético produzido pelo próprio anel.

Note que se o campo $\vec{B}$ é constante

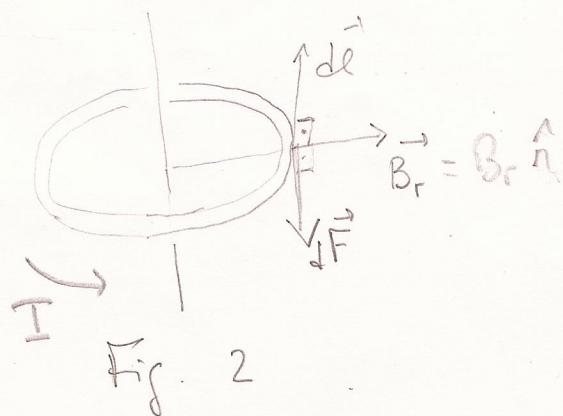
$$\vec{F} = I \oint d\vec{\ell} \times \vec{B} = I \left(\oint d\vec{\ell} \right) \times \vec{B} = 0$$

Como a força em $d\vec{l}$ é dada

$$d\vec{F} = \frac{1}{c} I d\vec{l} \times \vec{B} \quad \text{CGS} \quad (1)$$

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} \quad \text{SI}$$

$\vec{l}$ vetor orientado no sentido da corrente vai aparecer uma força em cada elemento do anel $d\vec{l}$ como na fig. 2



Então, a força total

$$F = \frac{2\pi r I B_r}{c} \quad \text{CGS} \quad (2)$$

$$F = 2\pi r I B_r \quad \text{SI}$$

Agora considere o fluxo
do campo magnético pelo cilindro

mostrado abaixo

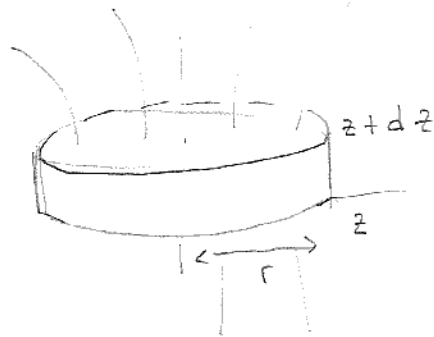


Fig. 3

o fluxo
v p/ fora das paredes laterais, $\phi_L = 2\pi r \Delta z B_r$ (3)

o fluxo
v " " das bases $\phi_B = \pi r^2 (B_z(z + \Delta z) - B_z(z))$ (4)

Agora

$$B_z(z + \Delta z) = B_z + \frac{\partial B}{\partial z} \Delta z \quad (5)$$

logo

$$B_z(z+\Delta z) - B_z(z) \approx \frac{\partial B_z}{\partial z} \Delta z \quad (6)$$

Então

$$\phi_B = \pi r^2 \frac{\partial B_z}{\partial z} \Delta z \quad (7)$$

Como $\nabla \cdot \vec{B} = 0$, isto é, fluxo total do campo através de qualquer superfície fechada é nula (ausência de monopolos magnéticos) temos que

$$0 = \phi_B + \phi_L \quad (8)$$

Substituindo Eq. (7) e (3) na Eq. 8

$$0 = \pi r^2 \frac{\partial B_z}{\partial z} \Delta z + 2\pi r \Delta z B_r \quad (9)$$

$$B_r = - \frac{\pi n^2}{2\pi n} \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

$$B_r = - \frac{n}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

$$\left. \begin{array}{l} B_r > 0 \text{ se } \frac{\partial B_z}{\partial z} < 0 \\ B_r < 0 \text{ se } \frac{\partial B_z}{\partial z} > 0 \end{array} \right\} \quad (10)$$

Substituindo o valor B_r encontrado

na Eq. (10) na expressão pl força da

Eq. (2), ficamos

$$F = \frac{2\pi r I}{c} \frac{n}{2} \left(+ \frac{\partial B_z}{\partial z} \right)$$

$$F = 2\pi r I \frac{n}{2} \left(- \frac{\partial B_z}{\partial z} \right)$$

$$F = + \frac{\pi n^2}{c} I \left(+ \frac{\partial B_z}{\partial z} \right)$$

$$F =$$

CGS
SI

CGS (11)

Mas

$$\vec{m} = \frac{I}{c} \vec{a}$$

(12)

$$|\vec{m}| = \frac{I}{c} \pi r^2$$

(13)

Logo

$$\vec{F} = m \cdot \left(\frac{\partial B}{\partial z} \right)$$

(14)

ou $\vec{F} = \nabla (\vec{m} \cdot \vec{B})$

$$\vec{F} = \nabla (\vec{m} \cdot \vec{B})$$

compara com a força entre dipolos

$$\vec{F} = \nabla (\vec{p} \cdot \vec{E})$$